Exercices DNB

Exercice 1

DNB Juillet 2024 Antilles Martinique

1. Anne et Jean ont acheté 630 dragées roses et 810 dragées blanches qu'ils ont mises dans un sachet. On suppose que les dragées sont indiscernables au toucher.
   - **a.** Combien Anne et Jean ont-ils acheté de dragées au total ?
   - **b.** Anne prend au hasard une dragée dans le sachet. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne une dragée blanche ?
2. Avec ces dragées, ils réalisent des ballotins pour leur mariage de sorte que :
   - — le nombre de dragées roses est le même dans chaque ballotin ;
   - — le nombre de dragées blanches est le même dans chaque ballotin ;
   - — toutes les dragées soient utilisées.

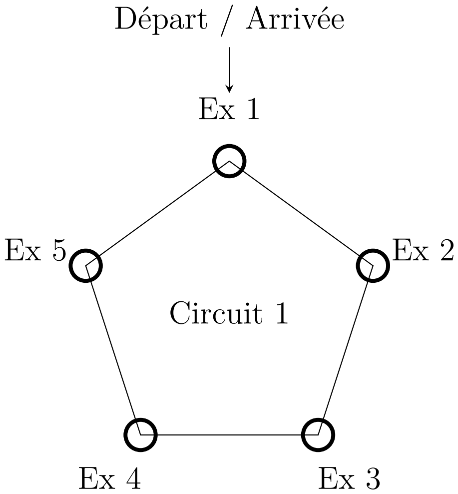
   - **a.** Peuvent-ils réaliser 21 ballotins ?
   - **b.** Décomposer 630 et 810 en produits de facteurs premiers.
   - **c.** En déduire le nombre maximum de ballotins qu'Anne et Jean pourront réaliser. Donner alors la composition de chaque ballotin.

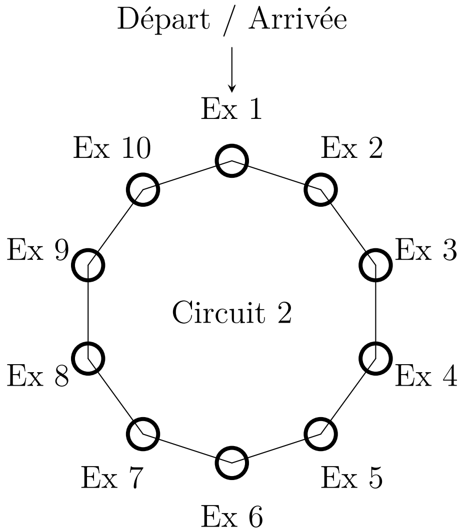
Exercice 2

DNB Juin 2024 Centres étrangers

Un entraîneur de sport prépare deux circuits d'entraînement contenant plusieurs exercices de cardio et de renforcement musculaire :

- un circuit commence à l'exercice 1 et se termine en revenant à l'exercice 1 ;
- le circuit 1 contient cinq exercices. Chaque exercice dure 40 secondes et doit être suivi de 16 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant ;
- le circuit 2 contient dix exercices. Chaque exercice dure 30 secondes et doit être suivi de 5 secondes de repos permettant de se rendre à l'exercice suivant.





1. Montrer que le circuit 1 s'effectue en 280 secondes et que le circuit 2 s'effectue en 350 secondes.

2. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et de 350.

3. Une séance d'entraînement est constituée de plusieurs tours du même circuit.
Au coup de sifflet de l'entraîneur, Camille commence une séance d'entraînement sur le circuit 1 et Dominique sur le circuit 2.

a. Expliquer pourquoi, lorsque 2 800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1.
Préciser où se trouve Dominique sur le circuit 2 lorsque 2 800 secondes se sont écoulées.

b. Après le coup de sifflet, combien de temps faut-il à Camille et Dominique pour se retrouver en même temps pour la première fois au départ de leur circuit ? Exprimer cette durée en minute et seconde.

Exercice 3

DNB Décembre 2023 Nouvelle Calédonie

José, un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients.
Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.
Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.
La décomposition de 39 en produit de facteurs premiers est : 3×13.

1. **a.** Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51.
   b. En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.
   c. Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier ?

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. **a.** Combien d'aubergines ne seront pas utilisées ? Justifier votre réponse.
   b. Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

José souhaite que ses 13 paniers contiennent également des tomates.
Il estime qu'il en a entre 110 et 125 prêtes à être récoltées.

3. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?
   Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Exercice 4

DNB Juin 2023 Centres étrangers

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

1. On pioche au hasard une boule dans l'urne.

- **a.** Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
- **b.** Quelle est la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair ?

2. Le jeu consiste à piocher, dans l'urne, une première boule, la remettre dans l'urne puis en piocher une seconde.

Pour chacune des boules tirées, on note la couleur ainsi que le numéro.

Pour gagner un lot, il faut tirer la boule rouge numérotée 1 et une boule noire.

Quelle est la probabilité de gagner ?

Partie B : constitution des lots

Pour constituer les lots, on dispose de 195 figurines et 234 autocollants.
Chaque lot sera composé de figurines ainsi que d'autocollants.
Tous les lots sont identiques.
Toutes les figurines et tous les autocollants doivent être utilisés.

1. Peut-on faire 3 lots ?

2. Décomposer 195 en produit de facteurs premiers.

3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:

- **a.** Combien de lots peut-on constituer au maximum ?
- **b.** De combien de figurines et d'autocollants sera alors composé chaque lot ?

Exercices DNB

Exercice 1

1. **a.** Anne et Jean ont acheté à eux deux $630 + 810 = 1\ 440$ dragées.

   b. Il y a 810 dragées blanches parmi les 1 440 dragées ; la probabilité est donc égale à : $\dfrac{810}{1\ 440} = \dfrac{81}{144} = \dfrac{9 \times 9}{9 \times 16} = \dfrac{9}{16} = 0{,}562\ 5$.

2. **a.** On a $\dfrac{630}{21} = \dfrac{9 \times 7 \times 10}{3 \times 7} = 3 \times 10 = 30$ et $\dfrac{810}{21} = \dfrac{3 \times 270}{3 \times 7} = \dfrac{270}{7}$ qui n'est pas un entier : ils ne peuvent réaliser 21 ballotins identiques

   b. $630 = 9 \times 7 \times 10 = 9 \times 7 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ et

   $810 = 81 \times 10 = 9 \times 9 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^4 \times 5$

   c. Les facteurs communs à 630 et 810 les plus nombreux sont : un facteur 2, deux facteurs 3 et un facteur 5 : autrement dit le plus grand diviseur de 630 et de 810 est le produit $2 \times 3^2 \times 5 = 9 \times 10 = 90$.

   On a $630 = 90 \times 7$ et $810 = 90 \times 9$.

   Conclusion : Anne et Jean pourront faire 90 ballotins identiques de 7 dragées roses et 9 dragées blanches.

Exercice 2

1. Le circuit 1, c'est quand on enchaîne cinq fois de suite 40 secondes d'exercice et 16 secondes de repos, soit 5 fois $40 + 16 = 56$ secondes.

   On a donc bien besoin de : $5 \times 56 = 280$ secondes pour effectuer le circuit 1.

   Pour le circuit 2 : même principe, on enchaîne dix fois 30 secondes d'exercice et 5 secondes de repos :

   $10 \times (30 + 5) = 10 \times 35 = 350$

   Il faut bien 350 secondes pour effectuer le circuit 2.

2. Donnons la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et de 350.

   $$\begin{aligned} 280 &= 4 \times 7 \times 10 \\ &= 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 5 \\ &= 2^3 \times 5 \times 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 350 &= 5 \times 7 \times 10 \\ &= 5 \times 7 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

   La décomposition de 280 en produit de facteurs premiers est : $280 = 2^3 \times 5 \times 7$.

   Celle de 350 est : $350 = 2 \times 5^2 \times 7$

3. **a.** Lorsque 2 800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1 car $2\ 800 = 10 \times 280$, donc comme 10 est un nombre entier, cela signifie que Camille a effectué 10 fois le circuit 1 complètement, et n'a pas encore commencé la 11^{e} répétition : Camille est donc à nouveau au départ du circuit 1.

   On a : $\dfrac{2\ 800}{350} = 8$.

   Rem. Ou encore $2\ 800 = 7 \times 4 \times 100 = 7 \times 4 \times 10 \times 10 = 7 \times 2^2 \times 2^2 \times 5^2 = 2^4 \times 5^2 \times 7 = 2^3 \times (2 \times 5^2 \times 7) = 8 \times 350$.

   Au bout de ces 2 800, Dominique a donc parcouru exactement 8 parcours 2 : elle est donc au départ.

b. Après le coup de sifflet, la première fois où Camille et Dominique se retrouvent en même temps au départ de leur circuit est pour un nombre de secondes qui est le multiple commun à 280 et à 350 le plus petit possible.

Les facteurs premiers de 280 et de 350 sont les mêmes : 2, 5 et 7.

Pour qu'un nombre soit divisible par 280, il faut au moins trois facteurs 2, au moins un facteur 5 et au moins une fois le facteur 7 au moins une fois.

Pour qu'un nombre soit divisible par 350, il faut au moins un facteur 2, au moins deux facteurs 5 et au moins une fois le facteur 7.

En réunissant ces critères, il faut donc $2^3 \times 5^2 \times 7 = 1\,400$ secondes pour que Camille et Dominique se retrouvent pour la première en même temps au départ de leur circuit.

Comme $1\,400 = 1\,200 + 200 = 20 \times 60 + 180 = 20 \times 60 + 3 \times 60 + 20 = 23 \times, 60 + 20$, on a $1\,400(\text{s}) = 23\ (\text{min}\ 20\ (\text{s})$.

(C'est logique : après 2 800 s les deux avaient fait un nombre pair de tours complets, donc en divisant le temps par 2, ils ont encore fait un nombre entier de tours complets chacun, et donc se retrouvent au début du circuit).

Exercice 3

1. a. • De même que $39 = 3 \times 13$, on a $78 = 60 + 18 = 6 \times 10 + 6 \times 3 = 6 \times (10 + 3) = 6 \times 13 = 2 \times 3 \times 13$;

• $51 = 30 + 21 = 3 \times 10 + 3 \times 7 = 3 \times (10 + 7) = 3 \times 17$.

b. On a donc $\begin{cases} 39 &= 3 \times 13 \\ 78 &= 3 \times 26 \\ 51 &= 3 \times 17 \end{cases}$

On peut donc faire 3 paniers identiques.

c. Il suffit de relever les seconds facteurs de chaque produit pour trouver que chacun des 3 paniers sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. a. On a : $\begin{cases} 39 &= 13 \times 3 \\ 78 &= 13 \times 6 \\ 51 &= 13 \times 3 + 12 \end{cases}$

Chacun des 13 paniers aura 3 salades, 6 carottes et 3 aubergines. Resterons 12 aubergines.

b. Avec 1 aubergine de plus, on aura $52 = 13 \times 4$: chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.

3. On écrit les multiples de 13 aux environs de 110 et 125 :

$110 < 117 = 13 \times 9 < 125 < 130 = 13 \times 10$: le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est $117 = 13 \times 9$; si l'on récolte 117 tomates, on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.

Exercice 4

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

1. On pioche au hasard une boule dans l'urne.
   - **a.** Il y a en tout 7 boules dont 4 sont rouge, la probabilité de tirer une boule rouge est donc de $\frac{4}{7}$.
   - **b.** Les nombres pairs sont 2 et 4, ils sont présents sur 3 boules différentes donc la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair est de $\frac{3}{7}$.

2. On construit un tableau à double entrée donnant toutes les issues

1ertirage \ 2nd tirage	N1	N2	N3	R1	R2	R3	R4
N1				•			
N2				•			
N3				•			
R1	•	•	•				
R2							
R3							
R4							

Il y a 6 issues favorables donc la probabilité de gagner est de $\frac{6}{49}$.

Partie B : constitution des lots

1. On peut faire 3 lots puisque $\frac{195}{3} = 65$ et $\frac{234}{3} = 78$ donc les 3 lots seront constitués de 65 figurines et 78 autocollants.
2. $195 = 5 \times 39 = 5 \times 3 \times 13 = 3 \times 5 \times 13$.
3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2 \times 3^2 \times 13$:
   - **a.** On peut donc diviser 195 et 234 par $3 \times 13 = 39$ au maximum. On pourra donc constituer au maximum 39 lots.
   - **b.** Chaque lot sera alors composé de $\frac{195}{39} = 5$ figurines et $\frac{234}{39} = 6$ autocollants.