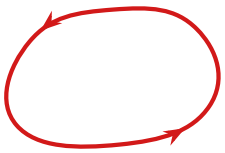
Aires et périmètres

minimaths.fr
CC BY-SA

I/ Vocabulaire

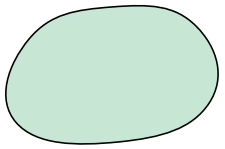
Définition 1 :

Le périmètre d'une figure est la mesure de la longueur de son contour, exprimée dans une unité de longueur donnée (m, cm...).



Définition 2 :

L'aire d'une figure est la mesure de sa surface, exprimée dans une unité d'aire donnée (m^2, cm^2...).



Exemples :

Sur le quadrillage, l'unité de longueur (u.l) est la longueur du côté d'un carreau et l'unité d'aire (u.a) est l'aire d'un carreau.

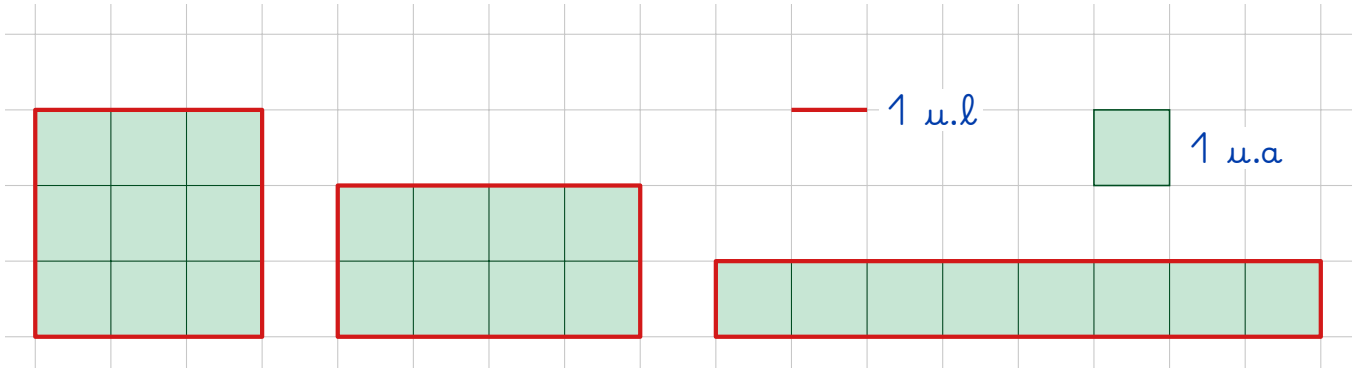


Figure 1
P = 12 u.l
A = 9 u.a

Figure 2
P = 12 u.l
A = 8 u.a

Figure 3
P = 18 u.l
A = 8 u.a

→ Les figures 1 et 2 ont le même périmètre, mais pas la même aire.

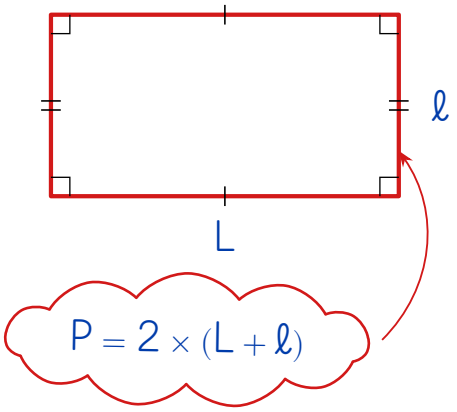
→ Les figures 2 et 3 ont la même aire, mais pas le même périmètre.

II/ Périmètres

Propriété 1 :

Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est :

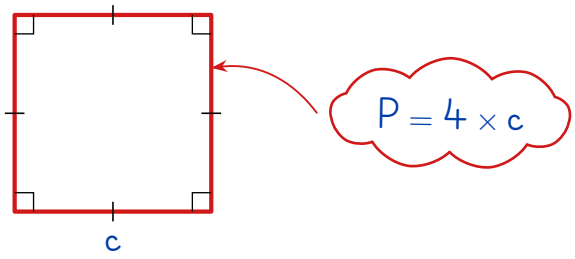
Périmètre $= 2 \times$ (Longueur + largeur)



Propriété 2 :

Le périmètre d'un carré de côté c est :

Périmètre $= 4 \times$ côté

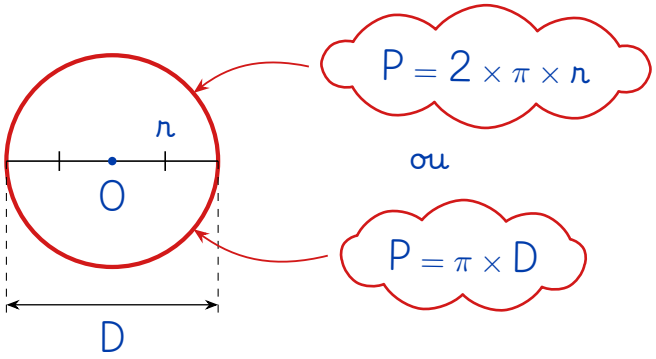


Propriété 3 :

Le périmètre d'un cercle de rayon r et de diamètre D, appelé aussi sa circonférence, est :

Périmètre $= 2 \times \pi \times$ rayon

Périmètre $= \pi \times$ diamètre



Exemples :

a) Longueur d'une clôture

Un jardin rectangulaire mesure 12 m de long et 7,5 m de large. Quelle longueur de clôture faut-il pour en faire le tour ?

La longueur et la largeur sont exprimées dans la même unité (le mètre) : on peut appliquer la formule. Sinon, il faudrait d'abord les convertir dans une même unité.

$$\begin{aligned} P &= 2 \times (L + \ell) \\ &= 2 \times (12\,\text{m} + 7{,}5\,\text{m}) \\ &= 2 \times 19{,}5\,\text{m} \\ &= 39\,\text{m} \end{aligned}$$

Il faut 39 m de clôture.

b) Distance parcourue par une roue

Une roue de vélo a un rayon de 35 cm. Quelle distance parcourt-elle en un tour ?

$$\begin{aligned} P &= 2 \times \pi \times r \\ &= 2 \times \pi \times 35\,\text{cm} \\ &= 70 \times \pi\,\text{cm} \qquad \text{(valeur exacte)} \end{aligned}$$

Le nombre π n'est pas un nombre décimal : on utilise sa valeur approchée $\pi \approx 3{,}14$.

$$\begin{aligned} P &\approx 70 \times 3{,}14\,\text{cm} \\ &\approx 219{,}8\,\text{cm} \qquad \text{(valeur approchée)} \end{aligned}$$

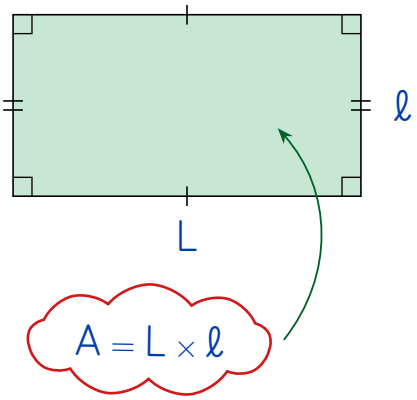
En un tour, la roue parcourt environ 219,8 cm, soit environ 2,2 m.

III/ Aires

Propriété 1 :

L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est :

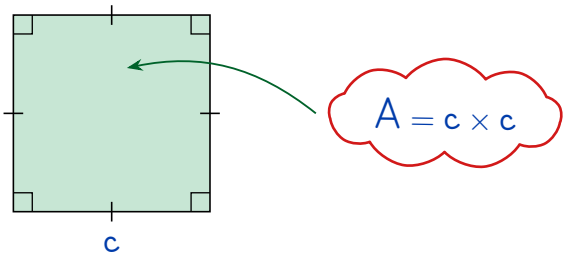
Aire = Longueur × largeur



Propriété 2 :

L'aire d'un carré de côté c est :

Aire = côté × côté

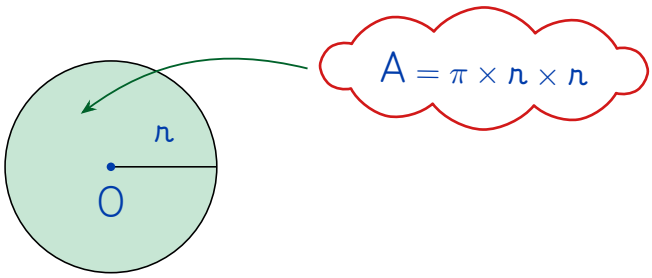


Propriété 3 :

Un disque est la surface délimitée par un cercle.

L'aire d'un disque de rayon r est :

Aire = π × rayon × rayon



Exemples :

a) Surface d'un parquet

Une chambre rectangulaire mesure 4 m de long et 3,5 m de large. Quelle surface de parquet faut-il pour couvrir le sol ?

La longueur et la largeur sont exprimées dans la même unité (le mètre) : on peut appliquer la formule. Sinon, il faudrait d'abord les convertir dans une même unité. L'aire est alors exprimée en mètres carrés ($m \times m = m^2$).

$$\begin{aligned} A &= L \times \ell \\ &= 4\,m \times 3{,}5\,m \\ &= 14\,m^2 \end{aligned}$$

Il faut $14\,m^2$ de parquet.

b) Aire d'une table ronde

Une table ronde a un rayon de 60 cm. Quelle est l'aire de son plateau ?

$$\begin{aligned} A &= \pi \times r \times r \\ &= \pi \times 60\,cm \times 60\,cm \\ &= 3\,600 \times \pi\,cm^2 \qquad \text{(valeur exacte)} \end{aligned}$$

On utilise la valeur approchée $\pi \approx 3{,}14$.

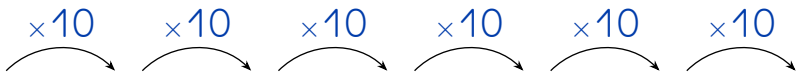
$$\begin{aligned} A &\approx 3\,600 \times 3{,}14\,cm^2 \\ &\approx 11\,304\,cm^2 \qquad \text{(valeur approchée)} \end{aligned}$$

L'aire du plateau est d'environ $11\,304\,cm^2$.

IV/ Conversions

Règle :

Pour convertir des longueurs, on utilise un tableau de conversion, avec un chiffre par unité.



km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			3	5	0	
2,	4	0	0			
					4,	5

$3{,}5\,\text{m} = 350\,\text{cm}$

$2\,400\,\text{m} = 2{,}4\,\text{km}$

$45\,\text{mm} = 4{,}5\,\text{cm}$

Méthode :

→ on place le chiffre des unités du nombre dans la colonne de l'unité de départ, puis les autres chiffres, un chiffre par colonne ;

→ on complète avec des zéros si besoin ;

→ on place la virgule juste après la colonne de l'unité d'arrivée.

Propriété :

Chaque unité de longueur est 10 fois plus grande que l'unité située juste à sa droite : pour passer à l'unité de droite, on multiplie le nombre par 10.

Règle :

Pour convertir des aires, on utilise un tableau dans lequel chaque unité d'aire a deux colonnes : on place deux chiffres par unité, le chiffre des unités du nombre allant dans la colonne de droite de l'unité de départ. On complète avec des zéros si besoin, puis on place la virgule juste après les deux colonnes de l'unité d'arrivée.

×100	×100	×100	×100	×100	×100
km^2	hm^2 (ha)	dam^2 (a)	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
			3	0 0	0 0	
			2	5 0		
			0,	4 5	0 0	
		4,	5 0	0 0		

$3\,m^2 = 30\,000\,cm^2$

$2{,}5\,m^2 = 250\,dm^2$

$4\,500\,cm^2 = 0{,}45\,m^2$

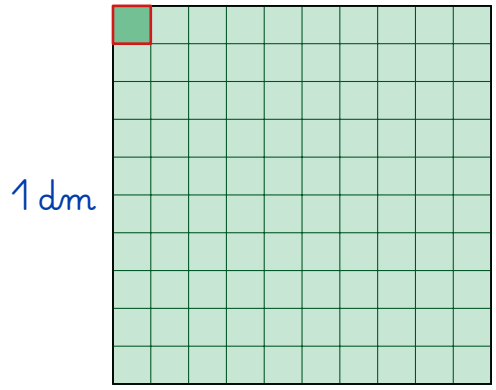
$45\,000\,m^2 = 4{,}5\,ha$

Propriété :

Un carré de 1 dm de côté, c'est-à-dire de 10 cm de côté, contient 10 rangées de 10 carrés de $1\,cm^2$:

$$1\,dm^2 = 100\,cm^2$$

De même, chaque unité d'aire est 100 fois plus grande que l'unité située juste à sa droite : pour passer à l'unité de droite, on multiplie le nombre par 100.



(figure réduite)

Définition :

Pour mesurer l'aire d'un terrain (jardin, champ, forêt...), on utilise aussi :

→ l'are (a) : $1\,a = 1\,dam^2 = 100\,m^2$, c'est l'aire d'un carré de 10 m de côté ;

→ l'hectare (ha) : $1\,ha = 1\,hm^2 = 10\,000\,m^2$, c'est l'aire d'un carré de 100 m de côté.