Fractions

Minimaths.fr

I/ Quotient

Définition :

Soient a et b deux nombres entiers, avec $b \neq 0$ (on ne peut pas diviser par 0).
La fraction $\frac{a}{b}$ est le résultat de la division de a par b :

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

Le nombre a s'appelle le numérateur et le nombre b s'appelle le dénominateur.

Exemples :

→ $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75$ (se lit « trois quarts »)

→ $\frac{7}{2} = 7 \div 2 = 3{,}5$ (le numérateur est plus grand que le dénominateur : la fraction est supérieure à 1)

→ $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0{,}333\ldots$ (la division ne s'arrête jamais)

II/ Nombre

Définition :

Soient a et b deux nombres entiers, avec $b \neq 0$.
La fraction $\frac{a}{b}$ est l'unique nombre qui, multiplié par b, donne a :

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

Exemples :

→ $\frac{3}{4} \times 4 = 3$.

→ $\frac{7}{2} \times 2 = 7$.

→ $\frac{1}{3} \times 3 = 1$.

III/ Écriture

Règle :

La fraction $\frac{a}{b}$ est :

→ soit un nombre entier ;

→ soit un nombre décimal non entier ;

→ soit un nombre non décimal.

Exemples :

Fraction	Division	Nature du nombre
$\frac{12}{4}$	$12 \div 4 = 3$	entier
$\frac{12}{5}$	$12 \div 5 = 2{,}4$	décimal non entier
$\frac{1}{3}$	$1 \div 3 = 0{,}333333\ldots$	non décimal

IV/ Fractions égales

Propriété :

Soient a, b et k trois nombres entiers, avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$. Alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Autrement dit : une fraction ne change pas de valeur lorsque l'on multiplie ou que l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples :

→ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0{,}75$

→ $\frac{21}{28} = \frac{21 \div 7}{28 \div 7} = \frac{3}{4}$ (on simplifie la fraction)

Attention :

On ne peut pas ajouter (ou soustraire) un même nombre au numérateur et au dénominateur :

$$\frac{3}{4} \neq \frac{3+2}{4+2} = \frac{5}{6}, \quad \text{car} \quad \frac{3}{4} = 0{,}75 \quad \text{et} \quad \frac{5}{6} = 0{,}8333\ldots$$

V/ Pourcentage

Définition :

Lorsqu'une proportion est exprimée par une fraction de dénominateur 100, on dit qu'elle est exprimée en pourcentage. Pour un nombre p, on note :

$$\frac{p}{100} = p\,\%$$

Cela se lit « p pour cent ».

Exemples :

→ Dans une classe de 25 élèves, il y a 15 filles. La proportion de filles est

$$\frac{15}{25} = \frac{15 \times 4}{25 \times 4} = \frac{60}{100} = 60\,\%.$$

→ $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\,\%.$

Pourcentages usuels :

Fraction	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
Pourcentage	50 %	25 %	75 %	10 %	20 %

Prendre un pourcentage d'une quantité :

Prendre $p\,\%$ d'une quantité Q, c'est calculer $\frac{p}{100} \times Q$.

Exemple : pour calculer 25 % de 80 euros, on calcule $\frac{25}{100} \times 80 = 0{,}25 \times 80 = 20$ euros.