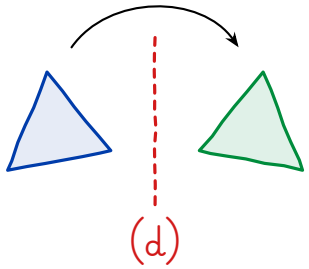
Transformations

Transformations sur minimaths.fr

I/ Symétrie axiale

Définition :

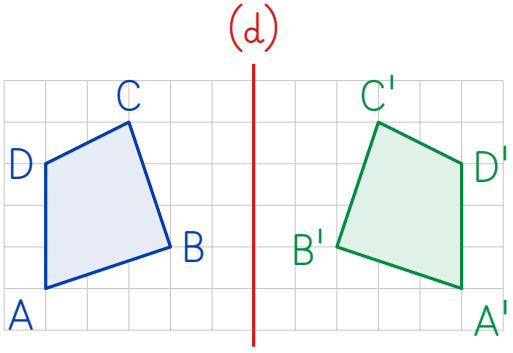
Deux figures sont symétriques par rapport à une droite lorsqu'elles se superposent par pliage le long de cette droite.
Cette droite est appelée l'axe de la symétrie.



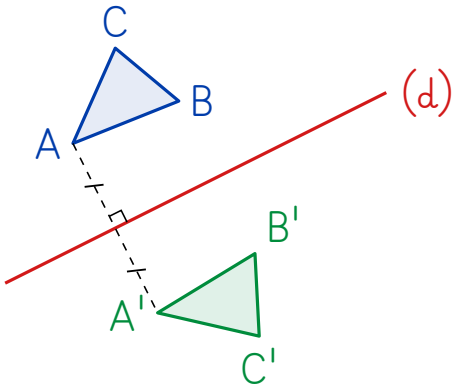
Propriété :

Si deux points distincts A et A' sont symétriques par rapport à une droite (d), alors (d) est la médiatrice du segment [AA'] : elle est perpendiculaire à [AA'] en son milieu.
Un point situé sur l'axe (d) est son propre symétrique.

Exemples :



Les points A et A' sont chacun à 5 carreaux de (d), de part et d'autre de (d). Même chose pour les autres sommets.

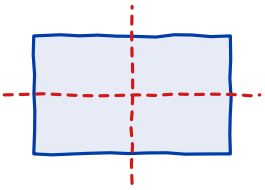


La droite (d) est la médiatrice de [AA'] (de même pour [BB'] et [CC']).

Dans les deux cas, la figure verte est l'image de la figure bleue par la symétrie d'axe (d).

Remarque :

Lorsqu'une figure se superpose à elle-même par pliage le long d'une droite, on dit que cette droite est un axe de symétrie de la figure.



Un rectangle et ses deux axes de symétrie

II/ Symétrie centrale

Définition :

Soit O un point. Appliquer à une figure la symétrie de centre O consiste à faire tourner cette figure d'un demi-tour (c'est-à-dire de 180°) autour du point O.

Le point O est appelé le centre de la symétrie.

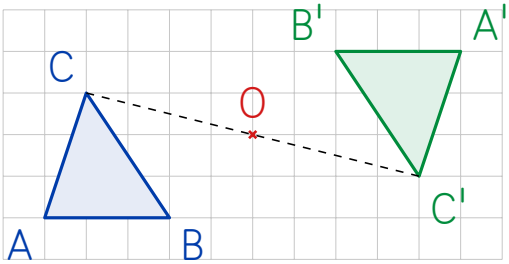


Propriété :

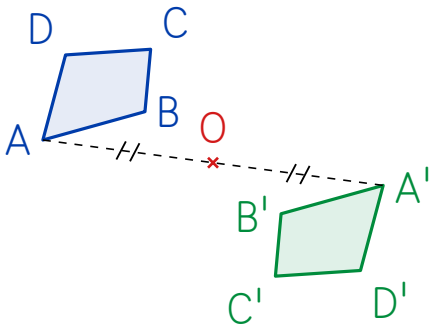
Si deux points distincts A et A' sont symétriques par rapport à un point O, alors O est le milieu du segment [AA'].

Le centre O est son propre symétrique.

Exemples :



De C à O, on avance de 4 carreaux vers la droite et 1 vers le bas ; on recommence de O à C'.

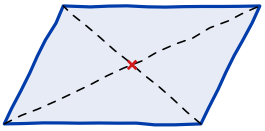


Le point O est le milieu de [AA'] (de même pour [BB'], [CC'] et [DD']).

Dans les deux cas, la figure verte est l'image de la figure bleue par la symétrie de centre O.

Remarque :

Lorsqu'une figure se superpose à elle-même par un demi-tour autour d'un point, on dit que ce point est un centre de symétrie de la figure.



Un parallélogramme et son centre de symétrie

III/ Translation

Définition :

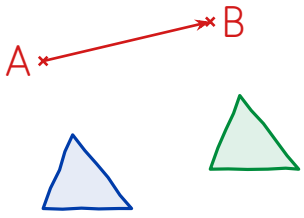
Soient A et B deux points distincts. Appliquer à une figure la translation qui transforme A en B consiste à faire glisser cette figure :

→ selon la direction de la droite (AB) ;

→ dans le sens de A vers B ;

→ d'une longueur égale à AB.

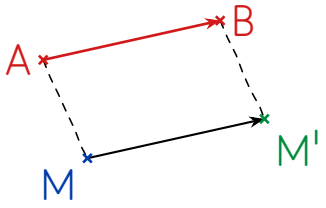
On représente cette translation par une flèche allant de A vers B.



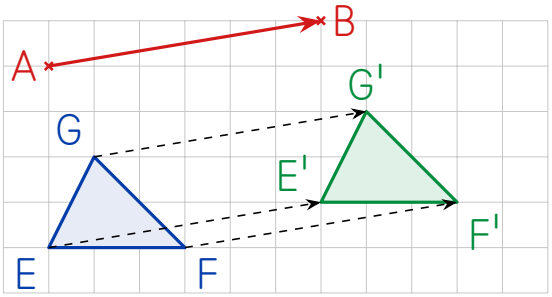
Propriété :

Soient M un point qui n'est pas sur la droite (AB), et M' son image par la translation qui transforme A en B.

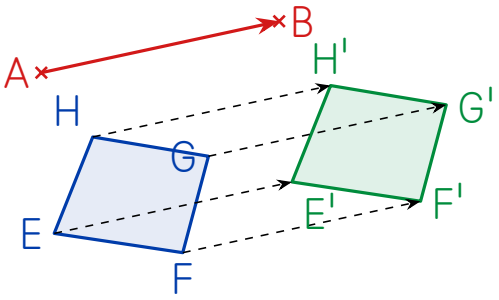
Alors ABM'M est un parallélogramme.



Exemples :



Pour aller de A à B, on avance de 6 carreaux vers la droite et 1 vers le haut. On fait de même pour chaque sommet.



Les flèches noires sont parallèles à (AB), de même sens que la flèche rouge et de même longueur AB.

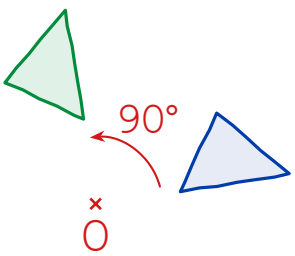
Dans les deux cas, la figure verte est l'image de la figure bleue par la translation qui transforme A en B.

IV/ Rotation

Définition :

Appliquer à une figure une rotation consiste à faire tourner cette figure :

- → autour d'un point donné, appelé le centre de la rotation ;
- → d'un angle donné ;
- → dans un sens donné : le sens horaire ↻ (celui des aiguilles d'une montre) ou le sens anti-horaire ↺ (le sens inverse).



Propriété :

Soient O et M deux points distincts, et M' l'image de M par une rotation de centre O dont l'angle est compris entre 0° et 180°. Alors :

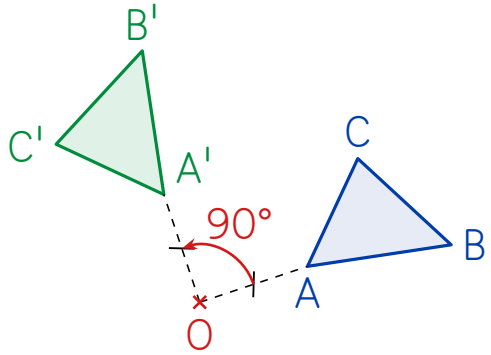
→ OM' = OM : le point M' est sur le cercle de centre O passant par M ;

→ l'angle $\widehat{MOM'}$ est égal à l'angle de la rotation ;

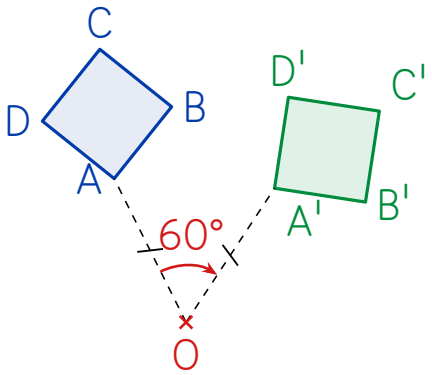
→ on passe de M à M' en tournant autour de O dans le sens de la rotation.

L'image du centre O est le point O lui-même.

Exemples :



Rotation de centre O, d'angle 90°, dans le sens anti-horaire : OA' = OA et $\widehat{AOA'}$ = 90°.



Rotation de centre O, d'angle 60°, dans le sens horaire : OA' = OA et $\widehat{AOA'}$ = 60°.

Dans les deux cas, la figure verte est l'image de la figure bleue par la rotation indiquée.

Remarque :

La symétrie de centre O est la rotation de centre O et d'angle 180°.

V/ Conclusion

Propriété :

Les symétries, les translations et les rotations conservent :

→ les longueurs ;

→ les angles ;

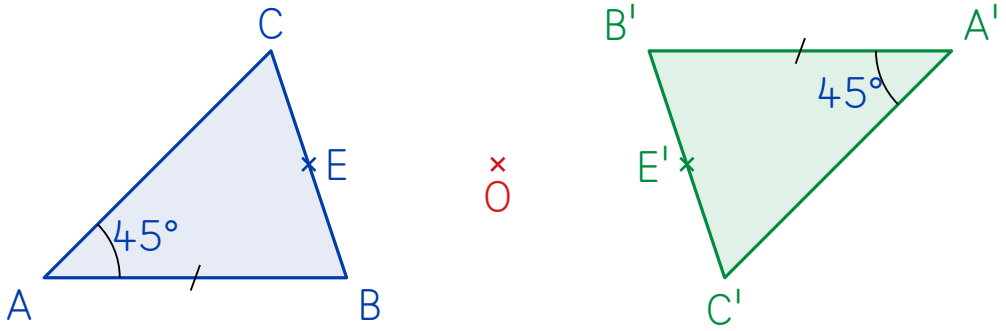
→ les aires ;

→ l'alignement des points.

Autrement dit : l'image d'une figure a exactement la même forme et les mêmes dimensions que la figure de départ.

Exemple :

Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la symétrie de centre O. Le point E est sur le segment [BC], et E' est son image.



→ AB = 4 cm, donc A'B' = 4 cm.

→ $\widehat{BAC} = 45°$, donc $\widehat{B'A'C'} = 45°$.

→ L'aire du triangle ABC est égale à 6 cm^2, donc l'aire du triangle A'B'C' est égale à 6 cm^2.

→ Les points B, E et C sont alignés, donc les points B', E' et C' sont alignés.